*Human Developmental Research*
2011.Vol.25，25-36

# 割合文章題の解決時に適用される知識の変容に関する縦断的研究
## ―小学６年生から中学１年生を対象として―

東北大学大学院教育学研究科　　蛯　名　正　司

# A longitudinal study of how children’s knowledge on solving ratio word problems　changes: Six-grade of elementary school to first-grade of junior high school.

Graduate School of Education, Tohoko University　　EBINA, Shoji

## 要　約

本研究は，割合文章題の解決に用いられる知識（問題スキーマ）を，3 つの水準に区分した上で，（1）各水準がどのように変容するのか，及び（2）各水準の変容と割合の意味理解の変容との関連を縦断的調査により検討した。調査は小学 6 年時及びその約一年後の中学 1 年時の 2 回実施され，2 度の調査に参加した 83 名を分析対象とした。調査課題は，割合文章題と意味理解課題であった。その結果，各水準の変動性は，水準 1 が低く，水準 2 が高く，そして水準 3 が比較的高いことが示された。また，問題スキーマに変容が見られない場合（不適切→不適切，適切→適切），一部の割合の意味理解において変容のパターンが一致したが，問題スキーマが変容する場合（適切→不適切，不適切→適切）は，割合の意味理解の変容パターンと一致しなかった。以上の結果から，各水準の様相について検討した。

**【キー・ワード】割合文章題，縦断的調査，問題スキーマ，割合の意味理解**

## Abstract

The present study divided problem schema on solving ratio word problem into three levels, and investigated (1) how the levels changed, (2) the relationship between the change of levels and the change of a ratio concept by the longitudinal method. The first research was administered when 83 participants were elementary school students in the sixth grade, and the second research were administered 1 year later. The results showed that level 1 indicated the low variability, level 2 indicated the high variability, and level 3 indicated the relatively-high variability. Besides the case that the problem schema didn’t change (correct→correct or incorrect→incorrect) related some ratio concepts. However the case that the problem schema changed (correct→incorrect or incorrect→correct) didn’t relate any ratio concepts. Other knowledge that was different from this research measuring seemed to relate the problem schema.

**【Key words】ratio word problems, longitudinal study, problem schema, ratio concepts**

## 問題と目的

算数で扱われる文章題の中でも小学5年で学習する割合文章題は，多くの児童がつまずく問題として知られる。近年小学 6 年を対象に実施されている全国学力調査（2009）では，教科書で扱われるような基本的な割合文章題であっても，正答率が6割に達していない。また，中学2年生が対象である TIMSS（2003）においても，割合を扱った問題の正答率は低く，4割近くの生徒がつまずいている。このように割合文章題の解決は中学生においても改善されないといえる。本研究では，割合文章題の解決のつまずきがなぜ改善されにくいかについて，小学6年から中学1年を対象とした縦断的調査により検討する。

文章題の解決につまずきを引き起こす要因の一つとして，学習者の知識が不十分であることが考えられる。文章題の解決には，多様な知識が用いられており，ここではそれらの知識を区分するために，Mayer（1992）の解決過程モデルを参考とする。Mayer（1992）は，文章題の解決過程を，問題を理解する過程と解決する過程に分けた上で，さらに問題理解過程を変換過程・統合過程，解決過程を，プラン過程・実行過程に下位分類した。そして，それぞれの下位過程では固有の知識が用いられていることを指摘した。変換過程では，言語及び事実に関する知識によって個々の問題文に関する表象が形成され，統合過程では，それらの個々の表象が関連するスキーマ知識（問題タイプに関する知識）によって統合され，問題全体に関する表象（以下，問題表象）が構成される。さらにプラン過程では，方略的知識を使って問題表象に基づいた演算が選択され，実行過程では演算に関する手続き的知識によって計算が実行される（Mayer，1992)。統合過程において問題状況全体について意味のある問題表象を構成することが文章題の解決にとってきわめて重要であることが指摘されている（Kintch & Greeno，1985；Mayer，1985，1992；石田・多鹿，1993)。

さて，問題表象の構成にとって，適切な問題スキーマ（本研究では，Mayer（1992）のスキーマ知識と同様の意味で用いる）の獲得が重要といえる。Riley & Greeno（1988）は，加減算の文章題の解決に適用される問題スキーマを3つの水準によって区別した。水準1は，適切な問題スキーマ（e.g. 変化，結合）が適用されず，個々の表象が別個のまま表象される水準，水準2は問題文に提示された量の関係が問題スキーマによって直接的に関連付けられる水準，水準3は，部分－全体スキーマと問題スキーマとの抽象的な関係によって適切な問題表象が構成される水準とした。Riley & Greeno（1988）の研究は，文章題の解決の違いを問題スキーマの相違から説明した点に意義があると思われる。近年では，問題スキーマの獲得を主眼とした Schema-Based Instruction（SBI）が試みられるなど（e.g. Jitendra，Griffin，Haria，Leh，Adams，& Kaduvettoor，2007)，問題スキーマを想定することが教育実践上も有効であることが示唆されている。そこで本研究においては，割合文章題について学習者がどのような問題スキーマを適用しているのかを検討したい。

ここで，割合文章題について述べておく。割合文章題は，解決に用いられる比の用法によって分類される。比の用法は3種で構成され，第Ⅰ用法：割合＝比べられる量（以下，比較量）÷もとにする量（以下，基準量)，第Ⅱ用法：比較量＝基準量×割合，第Ⅲ用法：基準量＝比較量÷割合である。第Ⅰ用法は比較量／基準量を演算に用いて解決するため，比較量／基準量の関係理解が最も解決に反

映されると考える。そこで本研究では，第Ｉ用法を用いる割合文章題に焦点を当てる。

第Ｉ用法の割合文章題の解答には，次の特徴があることが指摘されている。第１に，基準量÷比較量という，公式とは逆の演算が見られることである。吉田（2002）は，この原因として割合を学習する以前に獲得される除法に関する既有知識（大きい数÷小さい数）の影響があることを指摘している。第２に，割合が100%以下の問題は100%以上の問題より正答率が高いことである。割合文章題は，比較量が基準量より大きければ割合は常に100%以上になり，反対に比較量が基準量より小さければ割合は100%以下になる。さらに割合文章題の多くは，100%以下になる場合が多いことから，小野寺（1995）は“より小さい数を比較量，より大きい数を基準量と見なす”という方略が適用されている可能性を指摘している。小野寺（1995）の指摘は，学習者が比較量÷基準量の代替的な方略として小さい数÷大きい数という式を用いていることを示唆するものと考えられる。

吉田（2002）が指摘する大きい数÷小さい数，及び小野寺（1995）から示唆される小さい数÷大きい数はどちらも不十分な解決方略といえるが，両者には異なる問題スキーマを仮定することができる。すなわち，大きい数÷小さい数は，割合の学習前に獲得される問題スキーマに基づいた解決方略であるのに対して，小さい数÷大きい数は，割合文章題と他の文章題との区別は可能であるが，適切な問題スキーマに基づかない解決方略と考えられる。どちらも不十分な問題スキーマと言えるが，後者の方がより精緻な問題スキーマであると考えられる。本研究では，割合学習以前の不十分な問題スキーマを水準1，割合文章題と他の文章題との区別は可能である問題スキーマを水準2，及びこれに適切な問題スキーマを水準3として，3つの水準によって問題スキーマを区分する。なお，割合の学習以前に獲得される問題スキーマは，除法以外にも加減乗算が含まれる。本研究では，それらの不十分な問題スキーマが用いられた場合も水準1に含める。これにより，すべての対象者は水準1〜3のいずれかに該当することになる。

蛯名（2010）は，上述の不十分な解決方略（e.g. 大きい数÷小さい数，小さい数÷大きい数），及び適切な解決方略（比較量÷基準量）が小6〜中2でどの程度出現するのかを調査した。その結果，各学年において，適切な解決方略，及び小さい数÷大きい数は2〜3割，大きい数÷小さい数が約1割見られ，各解決方略の比率に学年間で差は見られなかった。このことから，小学生と同程度の比率で，中学生が不十分な解決方略を用いていることが示唆されたが，蛯名（2010）の調査は横断的調査であったため，一度獲得された解決方略が一貫して用いられていたのかどうか判断できなかった。学習者が一貫して同じ問題スキーマに基づいて解決しているかどうかは，それぞれの問題スキーマの様相を検討する上で，重要な指標となる考えられる。そこで本研究では，個々の解決方略を上述の3つの水準に統合した上で，各水準がどのように変容するのかを縦断的に検討する。

また，本研究では各水準の様相を詳細に検討するために，割合の意味理解を診断する課題を出題し，水準の変容とどのように関連しているかを検討する。具体的には，割合に関する問題スキーマの保持状況に関連する，比較量／基準量の関連づけ方を測定する割合表現課題（定義的表現，具体的表現），問題スキーマの適用状況に関連する，比較量／基準量の同定の仕方を測定する比較量／基準量の同定課題，そして，演算選択のメタ認知的知識として位置づけられるパーセント範囲に関する知識を測定するパーセント範囲判断課題を用いて検討する。

水準1及び水準2では，不十分な問題スキーマが用いられ，水準3では適切な問題スキーマが用いられるとすると，割合の意味理解の変容と水準の変容との間には，次のような関連が予想される。水準1･水準2に停滞している対象者は，割合の意味理解も一貫して不適切であろう（予想1)。水準1・水準2から水準3へ変容した対象者は，割合の意味理解は不適切なものから適切なものへ変容するだろう（予想2)。水準3から水準1・2に変容した対象者は，割合の意味理解は適切なものから不適切なものへ変容するであろう（予想 3)。一貫して水準 3 に該当する対象者は，割合の意味理解も一貫して適切であろう（予想4)。本研究では，以上の予想を検証し，各水準の様相を検討する。

## 方　法

**調査実施年**　第1回調査：2008年7月，第2回調査：2009年7月

**対象者**　第1回調査は，同一地域にある3つの公立小学校6年の児童87名（A小学校14名；B小学校8名；C小学校65名）を対象とした。第2回調査は，公立D中学校の1年生83名を対象に実施した。なお，公立D中学校の生徒の大半は，公立A・B・C小学校の卒業生で構成される。分析の対象は，第1回調査及び第2回調査に参加した生徒83名とする。

**手続き**　第1回調査及び第2回調査とも，一斉テスト形式で行われた。第1回調査は，公立C小学校では筆者と学級担任，公立A小学校及びB小学校の各クラスでは，学級担任のみで実施された。第2回調査は，数学科担当の教員によって実施された。

問題冊子の構成は，第1回調査と第2回調査でほぼ同様であった。第2回調査では，第1回調査で出題した問題の一部を削除したため，全体としての問題数は若干減少したが，それによる調査への影響はないものと考えられる。調査冊子の構成（第2回調査）は，表紙：解答の際の注意事項，組，番号，氏名の記入欄，1・2頁：割合文章題，3頁：パーセント範囲判断課題，4・5頁：割合表現課題，6頁：比較量／基準量の同定課題であった。調査に要した時間は約25分であった。解答時の注意事項として，前の頁に戻って解答しないこと，解答を修正する際は二重線で消し，余白に解答を書き直すように指示した。

**課題**　課題は，割合文章題，割合表現課題，パーセント範囲判断課題，及び比較量／基準量の同定課題で構成された。概要を以下に示す。

①割合文章題（3 問）：比較量／基準量が部分－全体関係になっている問題を部分－全体型，比較量／基準量が部分－全体関係になっておらず，割合が1（100%）より小さい問題を対比型1以下，比較量／基準量が部分－全体関係になっておらず，割合が1より大きい問題を対比型1以上と名づけ，各問題型を1問ずつ出題した。なお，第1回調査と第2回調査では文章題の表現が若干変更されたが，これは第1回調査の終了後に解答を配布したため，まったくの同一問題では模範解答の記憶による解答が考えられたためである。第2回調査で実際に出題した問題を以下に示す。

〈対比型1以上〉山でクリひろいをしました。きのうは15 個，今日は24個ひろいました。今日ひろったクリの個数は，きのうひろった個数の何%にあたりますか。

〈対比型1以下〉庭でアサガオを育てています。ある日の朝，花の数をかぞえたら，白い花が20個，

青い花が 8 個ありました。青い花の数は白い花の数の何%にあたりますか。

〈部分－全体型〉よしお君のクラスの人数は全体で 36 人です。ある冬の季節にインフルエンザが流行し，よしお君のクラスの 9 人が欠席しました。欠席者の人数は，クラス全体の何%にあたりますか。

②割合表現課題（4 問）：割合の定義的表現及び具体的表現（欠席率，乗車率，食塩水濃度）の意味を，それぞれの比較量／基準量を用いて記入してもらった。具体的表現課題は，割合文章題の題材として取り上げられることの多い題材を選択した。

③パーセント範囲判断課題（1 問）：パーセントの範囲に関する文（%がつく数で一番大きいのは，100%である）について，判断（ア．そう思う，イ．どちらともいえない，ウ．そう思わない，エ．わからない）を問うた。ターゲット課題 1 問の他に，ダミー課題 2 問が含まれた。

④比較量／基準量の同定課題（1 問）：2 つの割合を含む文（ジロー君の体重はお兄さんの 80%で，サブロー君の体重はお姉さんの 90%です）を提示し，80%の比較量／基準量はどれかを問うた。ターゲット課題 1 問の他に，ダミー課題 1 問が含まれた。

## 結果と考察

### 割合文章題の解答

**（1）全体的傾向**　割合文章題の解答は，比較量÷基準量が適切演算，基準量÷比較量が逆演算，加減乗法の演算やそれらを組み合わせた演算が他の演算，未記入が無解答という基準で分類された。問題型ごとの分類結果を表 1 に示す。対比型 1 以上では，小 6 より中 1 の方が適切演算の比率が高いが，逆に対比型 1 以下及び部分－全体型では中 1 より小 6 の方が適切演算の比率が高い。問題型によって，学年間で適切演算の比率が異なることが示唆された。また，全ての問題型において不適切な演算では逆演算の比率が最も高く，無解答の比率はごく少数にとどまった。

**表 1　各問題の演算タイプの出現頻度**

| | 対比型1以上 | | 対比型1以下 | | 部分－全体型 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 小6 | 中1 | 小6 | 中1 | 小6 | 中1 |
| 適切演算 | 37（45） | 47（57） | 52（63） | 46（55） | 56（68） | 43（52） |
| 逆演算 | 36（43） | 18（22） | 22（27） | 20（24） | 15（18） | 26（31） |
| 他の演算 | 8（10） | 12（15） | 9（11） | 10（12） | 9（11） | 8（10） |
| 無解答 | 2（2） | 6（7） | 0（0） | 7（8） | 3（4） | 6（7） |

（　）は%を示す。

**（2）解決パターンの同定**　各問題型の適切演算及び逆演算を組み合わせた解決パターン（表 2）に対象者を割り当てた。また，P1～P8 のいずれの解決パターンにも該当しない対象者は非一貫除法適用者として分類した。小 6 及び中 1 における各解決パターンの人数を表 2 に示す。

両学年とも，P3，P4，P5，P6 の該当者が 5%以下とごく少数であった。それ以外の解決パターンについては， P2 は 7%→19%，非一貫除法は 17%→27%と増加する一方で，P1 は 8%→1%，P7

は 30%→19%と減少する傾向にあった。学年間の比率の差は，蛯名（2010）の小 6 と中 1 間の差よりもやや大きい傾向であった。

**表 2　割合文章題の各解決パターンの頻度（N＝83）**

| | 対比型1以上 | 対比型1以下 | 部分－全体型 | 小6 | 中1 |
|---|---|---|---|---|---|
| P1 | － | － | － | 7（8） | 1（1） |
| P2 | ＋ | － | － | 6（7） | 16（19） |
| P3 | － | ＋ | － | 0 | 0 |
| P4 | － | － | ＋ | 2（2） | 0 |
| P5 | ＋ | ＋ | － | 1（1） | 4（5） |
| P6 | ＋ | － | ＋ | 3（4） | 0 |
| P7 | － | ＋ | ＋ | 25（30） | 16（19） |
| P8 | ＋ | ＋ | ＋ | 25（30） | 24（29） |
| 非一貫除法（P1～P8以外） | | | | 14（17） | 22（27） |

注1）＋：適切演算（比較量÷基準量），
－：逆演算（基準量÷比較量）
注2）（　）は%を示す。

**（3）水準の変容**　小6から中1にかけて，各水準がどのように変容したのかを見るために，各解決パターンを3つの水準に区分した。具体的には，P7を水準2，P8を水準3，それ以外の解決パターンを水準1に割り当て，学年間でクロスした（表3）。

水準1では，81%の対象者が水準1にとどまっていることが示され，水準2あるいは水準3へ変容する対象者はごく少数であることがわかった。一方で，水準2では，一貫して水準2に該当した対象者は20%にとどまった。また，変容の仕方を見ると，水準2から水準1へ変容した者が44%と半数近くに達し，一方で，水準2から水準3へ変容した者も36%と一定数存在することが示された。水準3では，一貫して水準3に該当した対象者は52%にとどまり，残りは水準1及び水準2へ変容していることが示された。

以上から，（1）水準 1 の変動性は低いこと，（2）水準 2 の変動性は高く，また変容の仕方は双方向的（水準 1 と水準 3 へ同程度）であること，そして（3）水準 3 の変動性は比較的高いことが示唆された。水準 2・及び水準 3 からの変容が高いことは，蛯名（2010）で示唆された一度獲得された方略が安定的に用いられることとは一致しないものであった。

**表 3　問題スキーマの水準の変容**

| 小6＼中1 | 水準1 | 水準2 | 水準3 | 合計 |
|---|---|---|---|---|
| 水準1 | 27（81） | 4（12） | 2（6） | 33 |
| 水準2 | 11（44） | 5（20） | 9（36） | 25 |
| 水準3 | 5（20） | 7（28） | 13（52） | 25 |
| 合計 | 43 | 16 | 24 | 83 |

## 2. 割合の意味理解課題

**（1）割合表現課題**　割合表現課題は，定義的表現及び具体的表現によって構成された。各課題の解答は，比較量／基準量を言葉（e.g. 比べられる量はもとにする量の［どれくらいか・何倍か］），あるいは比較量÷基準量という式で関連づけられている場合が正答，それ以外の表現及び無記入が誤答という基準で分類された。小6から中1にかけて，各表現の解答がどのように変容したのかを表4に示す。

正答から誤答に変容した対象者と，誤答から正答に変容した対象者の比率は，定義的表現（12 : 28）及び食塩水（2 : 18）で，後者が有意に高いことが示された（マクネマー検定，$p < .05$）。一方，欠席率（8 : 13）及び乗車率（7 : 14）の比率の差は有意ではなかった。以上から，定義的表現と具体的表現の一部（食塩水濃度）では，適切な表現が増加することがわかった。

定義的表現は「もとにする量」「比べられる量」を用いて解答する問題であるが，小学6年以降にこれらの語句を教科書で学習する機会はない。それゆえ，小6の調査時から中1の調査までの間に，何らかの機会に割合の公式あるいは定義に関して再学習が行われたものと推察される。また，具体的表現では食塩水のみで正答者が増加していたものの，中1の食塩水の正答率は欠席率や乗車率よりも依然として低い。全体として割合の具体的表現の意味理解は，容易には促進されないことが示唆された。

**表 4　定義的表現及び具体的表現の変容**

| | 定義 | | | 欠席率 | | | 乗車率 | | | 食塩水 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 小6＼中1 | 正 | 誤 | 計 | 正 | 誤 | 計 | 正 | 誤 | 計 | 正 | 誤 | 計 |
| 正答 | 19 | 12 | 31 | 16 | 8 | 24 | 12 | 7 | 19 | 3 | 2 | 5 |
| 誤答 | 28 | 24 | 52 | 13 | 46 | 59 | 14 | 50 | 64 | 18 | 60 | 78 |
| 計 | 47 | 36 | 83 | 29 | 54 | 83 | 26 | 57 | 83 | 21 | 62 | 83 |

**（2）パーセント範囲判断課題**　パーセント範囲判断課題では，パーセントの範囲（%がつく数で一番大きいのは，100%である）に関する対象者の判断が問われた。パーセント範囲判断課題の解答は，“そう思わない”が正判断，“そう思う”が誤判断，“どちらともいえない”及び“わからない”がその他という基準で分類された。学年間の判断の変容を表 5 に示す。

誤判断とその他を不適切判断として合併し，正判断と不適切判断間で変容を見たところ，正判断から不適切判断に変容した対象者と，不適切判断から正判断に変容した対象者の比率（20 : 7）は，前者が有意に高いことが示された（マクネマー検定 : $p < .05$）。小 6 から中 1 にかけて正判断が減少し，

不適切判断が増加することが分かった。また，正判断から不適切判断に変容した20名のうち，18名が誤判断への変容であった。すなわち，小6では正判断であっても，1年後にはまったく逆の誤判断に変容する対象者が少なからず存在することが示された。割合文章題で扱われる割合の多くが100%以下であることから，「パーセントは100より小さくなる」という誤った判断をする対象者が増加したと考えられる。

**表5　パーセント範囲判断の変容**

| 小6＼中1 | 正判断 | 誤判断 | その他 | 計 |
|---|---|---|---|---|
| 正判断 | 37(65) | 18(32) | 2(4) | 57 |
| 誤判断 | 3(18) | 9(53) | 5(29) | 17 |
| その他 | 4(44) | 1(11) | 4(44) | 9 |
| 計 | 44 | 28 | 11 | 83 |

注）（　）は%を示す。

**（3）比較量／基準量の同定課題**　比較量／基準量の同定課題では，問題文で指定した割合の比較量／基準量を適切に同定できるかどうかが問われた。解答は，指定した割合の比較量／基準量が適切に選択されていれば正答，それ以外の組合せによる同定，及び無記入であれば誤答という基準によって分類された。学年間の変容を表6に示す。

正答から誤答に変容した対象者と，誤答から正答に変容した対象者の比率（5 : 9）に，有意な差は見られなかった（マクネマー検定）。小6から中1にかけて正答者は増加しないことが分かった。比較量／基準量の同定に関する理解は，容易に促進されないことが示唆された。

**表6　比較量／基準量の同定の変容**

| 小6＼中1 | 正答 | 誤答 | 計 |
|---|---|---|---|
| 正答 | 10 | 5 | 15 |
| 誤答 | 9 | 59 | 68 |
| 計 | 19 | 64 | 83 |

### 3. 水準の変容と割合の意味理解との関連

各水準の変容と割合の意味理解の変容との一致率について検討する。各水準の変容パターンと割合の意味理解の変容パターンとの一致率を表7に示す。

水準1→1における一致率は，具体的表現及び比較量／基準量の同定課題で89%～100%ときわめて高かった。一方で，定義的表現及びパーセント範囲判断では33%にとどまり低かった。また，水準1→2における一致率は，具体的表現及び同定課題では50%～75%と比較的高く，一方で，定義的表現及びパーセント範囲判断課題では25%と低かった。水準1→水準3では，すべての課題で一致率が0%と低かった。

水準2→1における一致率は，具体的表現で55%～73%と比較的高く，同定課題では100%に達し

た。それに対して，定義的表現課題では 18%，パーセント範囲判断課題では 36%と低かった。水準 2→2 においても水準 2→1 とほぼ同様の傾向が見られ，具体的表現及び同定課題では 40%～80%と比較的高く，定義的表現では 20%及びパーセント判断課題で 0%と低かった。水準 2→3 では，すべての割合の意味理解課題において，一致率が 22%～33%と低かった。

以上から，水準 1 から水準 1・2，及び水準 2 から 1・2 に変容する場合は，具体的表現及び比較量／基準量の同定の理解は一貫して不十分である傾向が示唆された。それに対して，定義的表現及びパーセント範囲判断ではそのような関連が見られなかった。このことから，予想 1 は部分的に支持されたといえる。また，水準 1・2 から水準 3 に変容する場合は，割合の意味理解が誤答から正答に変容しているわけではなかった。よって，予想 2 は支持されなかったといえる。

水準 3→1 及び水準 3→2 における一致率は，いずれも 0%～29%と低かった。水準 3 から水準 1・2 に変容する場合，必ずしも割合の意味理解が正答から誤答に変容しているわけではいことが示唆された。よって，予想 3 は支持されなかった。水準 3→3 における一致率は，欠席率，乗車率，同定課題で 39%～54%と比較的高く，パーセント範囲は 85%と高かった。一方で，定義的表現及び食塩水は 23%と低かった。以上から，一貫して水準 3 に該当する対象者は，具体的表現の一部（欠席率・乗車率），比較量／基準量の同定に関する理解，及びパーセント範囲に関する理解については一貫して適切である傾向が示唆されたが，定義的表現及び食塩水ではそのような傾向が見られなかった。このことから予想 4 は部分的に支持されたといえる。

**表 7　問題スキーマの水準の変容と意味理解の変容との一致率（%）**

| 水準の変容(人) | | 意味 | 定義 | 欠席率 | 乗車率 | 食塩水 | %範囲 | 同定 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 水準1 | 水準1(27) | 誤誤 | 33 | 89 | 89 | 100 | 33 | 96 |
| (33) | 水準2（4) | 誤誤 | 25 | 50 | 50 | 75 | 25 | 75 |
| | 水準3（2) | 誤正 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 水準2 | 水準1(11) | 誤誤 | 18 | 55 | 55 | 73 | 36 | 100 |
| (25) | 水準2（5) | 誤誤 | 20 | 60 | 80 | 40 | 0 | 80 |
| | 水準3（9) | 誤正 | 33 | 22 | 33 | 33 | 22 | 22 |
| 水準3 | 水準1（5) | 正誤 | 20 | 20 | 20 | 20 | 0 | 20 |
| (25) | 水準2（7) | 正誤 | 29 | 0 | 0 | 0 | 14 | 0 |
| | 水準3（13) | 正正 | 23 | 54 | 46 | 23 | 85 | 39 |

## 討　論

### 1. 割合文章題に用いられる問題スキーマの変容

本研究の結果，割合文章題の解決に適用される問題スキーマは，水準によって変容の仕方が異なることが示唆された。水準 1 は変動性が低く，水準 1 から水準 2・水準 3 への変容がごく少数であった。小 6 時に割合の学習以前に獲得された問題スキーマに基づいている場合，小 6 から中 1 の間の算数・数学における学習だけでは，適切な問題スキーマを獲得することが極めて困難であることが示唆された。

水準2は極めて変動性が高いことが示された。この原因として，水準2の問題スキーマが，割合文章題を解決するためにとりあえず獲得された，暫定的な問題スキーマであることが影響していると考えられる。そのため，水準2から水準1に変容した対象者は，割合文章題の解決から遠ざかっている間にこの問題スキーマを忘却し，それ以前に獲得された不十分な問題スキーマを適用するようになったと考えられる。それに対し，水準2から水準3へ変容した対象者は，暫定的な問題スキーマから適切な問題スキーマへと変容したと考えられるが，本研究からはどのような要因によって適切な問題スキーマへ変容するのかは，明らかにできなかった。

水準3の変動性は比較的高く，適切な問題スキーマを用いていた対象者の半数近くが一年後には，不十分な問題スキーマに変容することがわかった。蛯名（2010）の横断的調査から，比較量÷基準量という解決方略は比較的安定して用いられていることが示唆されたが，実際には多数の対象者が不十分な問題スキーマに変容していた。適切な問題スキーマが獲得されたとしても，それが十分に定着しないことが，割合文章題の解決が改善されない一つの原因であると考えられる。

以上から，横断的研究では明らかにできなかった水準間の変動から，各水準の問題スキーマの様相がある程度明らかになったといえる。特に水準2は，移行段階に位置づく問題スキーマとしての妥当性が高まったといえよう。今後は，これらの問題スキーマを考慮に入れた教授法の開発が望まれる。

## 2. 問題スキーマの水準と割合の意味理解との関連

本研究では, 問題スキーマの水準の変容と, 割合の意味理解の変容との関連を検討した。その結果，一貫して適切な問題スキーマ（水準3）が適用される場合は，具体的表現（食塩水以外）や比較量／基準量の同定に関する理解，及びパーセント範囲の理解も一貫して適切であり，一貫して不十分な問題スキーマ（水準1･2）が適用されている場合は，具体的表現や比較量／基準量の同定に関する理解も一貫して不十分であることが示唆された。一貫した問題スキーマであっても，定義的表現の理解は一貫しているわけではなく，問題スキーマが「比べられる量」／「もとにする量」という教科書で学ぶ表現とはあまり関連してないことが示唆された。具体的表現との関連が高かったことを踏まえると，問題スキーマはより抽象度の低い割合によって構成されている可能性が示唆された。また，パーセント範囲判断の理解については，一貫して適切な問題スキーマか一貫して不十分な問題スキーマかで，傾向が異なった。一貫して不十分な問題スキーマを用いていても，パーセント範囲に関する理解が必ずしも不十分であるわけではなかった。パーセント範囲判断は，演算選択に関するメタ認知的知識であると考えられるため，問題スキーマそのものではなかったために関連が弱かったと考えられる。

適切な問題スキーマから不十分な問題スキーマに変容する場合，及び不十分な問題スキーマから適切な問題スキーマに変容する場合に，本研究で用いた割合の意味理解課題とはほとんど関連が見られなかった。この原因として，不十分な問題スキーマから適切な問題スキーマへ変容した対象者が獲得した問題スキーマを，本調査で測定した割合の意味理解課題では，測定できなかった可能性が考えられる。というのは，本研究で出題した意味理解課題は，小学5年時に学習する内容に即したものであった。そのため，小学6年以降に学習する内容に基づいて割合概念が獲得されたとすると，本研究で用いた課題では，十分にその理解の様相を測定することができなかったと思われる。今後は，小6以降に学習する内容も含めた課題を用いて，割合の意味理解を測定することが必要と考えられる。

## 引用文献

蛯名正司（2010）割合文章題に適用される解決方略と割合の意味理解との関連－小学 6 年生から中学 2 年生を対象として－　東北大学大学院教育学研究科研究年報，**59**, 209-225.

石田淳一・多鹿秀継（1993）　算数文章題解決における下位過程の分析　科学教育研究, 17, 18-25.

Jitendra, A.K., Griffin, C.C., Haria, P., Leh, J., Adams, A., & Kaduvettoor, A. (2007) A comparison of single and multiple strategy instruction on third-grade students' mathematical problem. *Journal of Educational Psychology,* **99**, 115-127.

Kintsch, W. & Greeno, J. G.(1985)　Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, **1**, 109-129.

国立教育政策研究所（編）(2005)　算数・数学教育の国際比較　国際数学・理科教育動向調査の 2003 年調査報告書 ：TIMSS 2003　ぎょうせい

国立教育政策研究所（HP）　全国学力・学習状況調査
（http://www.nier.go.jp/kaihatsu/zenkokugakuryoku.html

Mayer, R. E. (1985)　Mathematical ability.　In R. J. Sternberg (Ed.), *Human abilities: An information-processing approach* (pp. 127-149). New York : W. H. Freeman.

Mayer, R. E. (1992) Mathematical problem solving thinking as based on domain-specific knowledge. *Thinking, problem solving, cognition. 2th ed.* (pp. 415-489).　New York: W.H.Freeman.

小野寺淑行　(1995)　割合文章題の解決における情報処理の諸相（Ⅱ）－卒業後における問題理解・解決法略の実態－　千葉大学教育実践研究, **2**, 141-153.

Riley, M. S., & Greeno, J.S. (1988) Development analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instrucution*, 5, 49-101.

吉田甫　(2002)　関係の推理と量的推理：割合概念の場合　立命館人間科学研究, **4**, 1－8.

## 謝　辞

本研究の調査にご協力いただいた生徒の皆さんに，心より御礼申し上げます。