

割合文章題の解決時に適用される知識の変容に関する縦断的研究

—小学6年生から中学1年生を対象として—

(中間報告)

東北大学大学院教育学研究科 蛭名正司

A longitudinal study of how children develop their knowledge on solving ratio word problems: Six-grade of elementary school to first-grade of junior high school.

Graduate School of Education, Tohoku University : EBINA, Shoji

要 約

本研究の目的は、比の第I用法（割合＝比較量÷基準量）を用いる割合文章題を題材として、小学6年生から中学1年生がその解決に適用する知識の様相を明らかにすることである。数学的知識（以下、問題スキーマ）を中心とした知識の様相は、次の3つの水準が想定された。水準1は、割合の学習以前に獲得される、割合とは無関連な知識が適用される水準、水準2は、比較量・基準量が演算手続きによって関連づけられた問題スキーマが適用される水準、水準3は、比較量・基準量の対比関係に基づいた適切な割合スキーマが適用される水準が想定される。各水準の妥当性を検証するために、比較量・基準量の関連づけに関する知識、比較量・基準量の同定に関する知識、及び割合文章題の解決パターンの変容に焦点を当て分析を行う。

【キー・ワード】 割合文章題, 知識水準, 問題スキーマ, 縦断的調査

Abstract

The present study investigated longitudinally how children, from six-grade of elementary school to first-grade of junior high school, develop their knowledge on solving ratio word problems with “first semantic type of ratio”. The author hypothesized that there are three knowledge levels on ratio word problem solving ; At level 1, irrelevant knowledge are adapted instead of the ratio schema, at level 2, procedures based-on a numerical formula are adapted, and at level 3, the appropriate ratio schema is adapted. The data were analyzed in terms of transition of the knowledge levels, which have been measured by the tasks about relations between a relative-quantity and a based-quantity, identification of a relative-quantity and a based-quantity, and ratio word problem solving.

[Key words] ratio word problems, knowledge levels, problem schemas, a longitudinal study

問題と目的

文章題の中でも小学5年で学習する割合文章題は、特に多くの児童がつまづく問題として知られる。本研究では、割合文章題の困難さの要因として、学習者の認知的側面に焦点を当て、新たな知見を得ることを目的とする。

文章題の解決は、問題を理解する過程(以下、問題理解過程)と、解決する過程に大別される(Kintch & Greeno, 1985; Mayer, 1992)。問題理解過程では、個々の問題文から文単位の表象が形成され、それらの個々の表象が数学的知識(以下、問題スキーマ)によって統合されることで、問題全体についての問題表象が構成される。文章題の解決においては、適切な問題スキーマを適用し、問題表象を構成することがきわめて重要となる(Mayer, 1992; 石田・多鹿, 1993; 坂本, 1997)。

Riley & Greeno (1988) は、加減算の文章題の解決に適用される問題スキーマを3つの水準によって区別した。水準1は、適切な問題スキーマが適用されず、個々の問題文が別個のまま表象される水準、水準2は問題文に提示された量の関係が問題スキーマによって直接的に関連付けられる水準、水準3は、部分-全体スキーマと他の問題スキーマとの抽象的な関係によって適切な問題表象が構成される水準である。このように文章題の解決における問題スキーマの様相が明らかになることで、最近では問題スキーマに基づいた学習援助法(SBI: Schema-Based Instruction)の開発が可能となっている(e.g. Jitendra, Griffin, Haria, Leh, Adams, & Kaduvetoor, 2007)。

しかし、割合文章題の解決において、児童がどのような問題スキーマを適用しているのかは明らかになっていない。割合スキーマの様相を明らかにすることで、割合文章題の解決を促進するSBIの開発をより具体的に展望できるであろう。そこで本研究では、割合文章題の解決に適用される問題スキーマを想定し、その妥当性を検証するために、小6から中1を対象とした縦断的調査を行う。

あらかじめ本研究で扱う割合文章題について述べておく。割合文章題は、一般に3つの比の用法によって分類される。第I用法: 割合 = 比べられる量(以下、比較量) ÷ もとにする量(以下、基準量)、第II用法: 比較量 = 基準量 × 割合、第III用法: 基準量 = 比較量 ÷ 割合である。現在の小学5年算数(e.g. 東京書籍, 2005)における割合の学習では、公式として第I用法と第II用法が取り上げられ、第III用法は他の2つの用法を用いて解決するように教示される。第I用法は比較量・基準量を演算に用いて解決する用法であり、比較量・基準量の関係によって構成される割合概念の理解が最も演算選択に反映されると考える。そこで第I用法の割合文章題を扱うことにする。

第I用法の割合文章題に対する児童の解答には、次の3つの特徴があることが指摘されている。第1に、基準量 ÷ 比較量という逆の演算が少なくないことである。これは割合を学習する以前に獲得される除法に関する既有知識、「大きい数 ÷ 小さい数」の影響であると考えられる(吉田, 2002)。第2に、比較量・基準量の大小関係によって解答が影響を受けることである。比較量が基準量より大きい場合(割合が100%を超える場合)は、小さい場合(割合が100%を超えない場合)より正答率が低いことが指摘されている(小野寺, 1995)。これは、“より小さい数を比較量、より大きい数を基準量

と見なす”という方略の適用によると考えられている。そして第3に、比較量・基準量が部分－全体関係にある場合（以下、部分－全体型）とない場合（以下、対比型）によって解答が影響を受けることである（吉田, 2002；小野寺, 1995）。一般に、部分－全体型の方が部分－全体関係に基づいて比較量・基準量を同定することが可能であるために、問題理解が容易であることが指摘されている。

以上の先行研究を踏まえると、割合文章題の解決時に適用される問題スキーマは、次の3つの水準によって区別することが可能である。水準1は、割合には関連のない問題スキーマの適用が想定される。比較量・基準量を関連づける際に、除法に関する知識である「大きい数÷小さい数」などの、割合の学習以前に獲得された知識を用いると考える。水準2は、比較量・基準量を演算手続きによって関連づける問題スキーマが想定される（制限的割合スキーマ）。このスキーマが適用されると、部分－全体型では比較量・基準量の同定が容易となり適切な演算が可能となる。また、部分－全体型の割合文章題は、比較量÷基準量が常に小さい数÷大きい数という演算になることから、小さい数÷大きい数という暗黙的に獲得された演算モデルが適用されていることが考えられる。水準3は、比較量・基準量の対比関係に基づいた適切な割合スキーマが適用されると考える。

本研究では、以上の知識水準の妥当性を縦断的調査により検証することが目的である。そこでまず、各水準の様相を診断するために、以下の課題を用いる。比較量・基準量の関連づけ方を測定する課題（割合定義課題、割合事例課題）と比較量・基準量の同定の様相を測定する課題（比較量・基準量の同定課題）である。また、演算選択のメタ認知的知識として位置づけられる、%数値の範囲に関する知識（%範囲判断課題）の様相も合わせて測定する。以上の診断課題と、各水準で予測される割合文章題の演算パターン（表1）の変容の様相を分析し、知識水準の妥当性を検討する。

表1 各知識水準で予測される演算パターン

水準	問題スキーマ	対比型1以上	対比型1以下	部分－全体型
1α	既存の	－	－	－
1β	問題スキーマ	＋	－	－
2α	制限的	－	－	＋
2β	割合スキーマ	－	＋	＋
3	割合スキーマ	＋	＋	＋

注) ＋：適切演算，－：不適切演算

対比型1以上：対比型で100%を超える場合

対比型1以下：対比型で100%を超えない場合

方法

調査対象者 公立小学校3校の6年生87名（内訳：公立A小学校14名、公立B小学校8名、公立C小学校65名）を対象とした。このうち全ての調査に参加した児童は、83名であった。

調査時期 第1回の調査は2008年7月中旬（小6時）、第2回の調査は2009年7月中旬（中1時）に実施された。

調査課題 (1) 割合文章題6問、(2) %範囲判断課題3問、(3) 割合定義課題1問、(4) 割合事例

課題3問、(5)比較量・基準量の同定課題2問を出題した。なお、第2回の調査では、調査結果への影響はないと判断し、一部の問題を削除した。

調査手続き すべての調査は、各学級で一斉テスト形式により実施された。ただし、問題冊子の配布、調査の実施、及び問題冊子の回収は、第1回の調査では、公立C小学校の2クラスは筆者とクラス担任、他はクラス担任が実施し、第2回の調査では、全て数学担当の教員が実施した。

結果と考察（今後の予定）

各知識課題及び割合文章題の解決における演算パターンの変容を分析し、知識水準の妥当性について検討する。

引用文献

- 石田淳一・多鹿秀継（1993）. 算数文章題解決における下位過程の分析 科学教育研究, **17**, 18-25.
- Jitendra, A. K., Griffin, C. C., Haria, P., Leh, J., Adams, A., & Kaduvettoor, A. (2007). A comparison of single and multiple strategy instruction on third-grade students' mathematical problem. *Journal of Educational Psychology*, **99**, 115-127.
- Kintsch, W. & Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, **1**, 109-129.
- Mayer, R. E. (1992). Mathematical problem solving thinking as based on domain-specific knowledge. *Thinking, problem solving, cognition*. 2th ed. New York: W.H.Freeman. pp. 415-489.
- 小野寺淑行（1995）. 割合文章題の解決における情報処理の諸相（Ⅱ） - 卒業後における問題理解・解決法略の実態 - 千葉大学教育実践研究, **2**, 141-153.
- Riley, M. S., & Greeno, J.S. (1988). Development analysis of understanding language about quantities and of solving problems. *Cognition and Instruction*, **5**, 49-101.
- 坂本美紀（1997）. コンピュータ提示による文章題のつまずきの解明—割合文章題を用いて— 教育心理学研究, **45**, 87-95.
- 吉田甫（2002）. 関係の推理と量的推理：割合概念の場合 立命館人間科学研究, **4**, 1 - 8.